

Specializovaný MKP model lomu trámce

Tomáš Pail, Petr Frantík, Michal Štafa

Technical University of Brno
Faculty of Civil Engineering, Institute of Structural Mechanics
e-mail: pail.t@fce.vutbr.cz, kitnarf@centrum.cz, stafa.m@fce.vutbr.cz

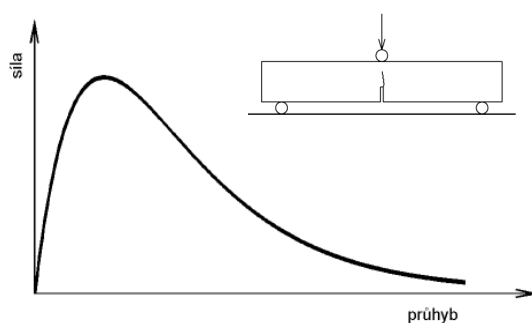
Abstract

The paper is focused on definition of specialized FEM model, which can be effectively used for simulation of fracture three-point-bending test. The fundamental part of the model is the specification of non-linear elements considered as cohesive crack.

Key words: simulation, three-point-bending test, fictive crack, cohesive stress function

1 Úvod

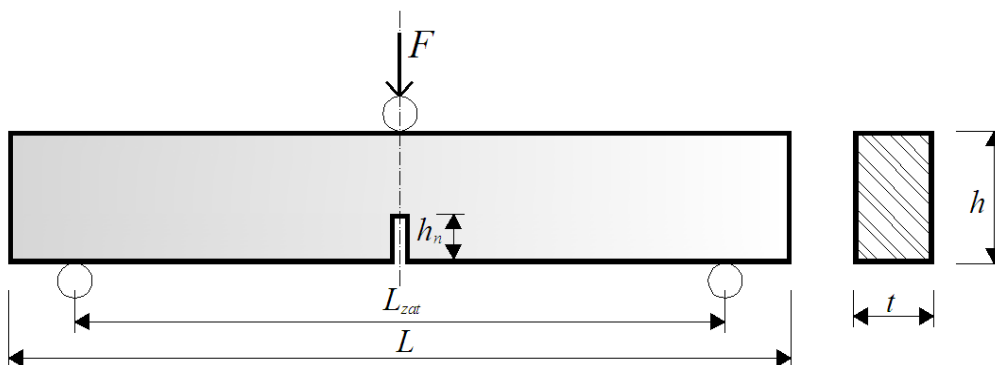
Námětem příspěvku je popis specializovaného MKP modelu, který je vyvíjen pro specifické numerické simulace lomu trámce namáhaného třibodovým ohybem (viz obr. 1). V současnosti lze využít k řešení lomu kvazikřehkých materiálů celou řadu různě komplexních výpočetních metod, jejichž použití je ovšem stále značně časově náročné. Pro potřeby související se studiem a vyhodnocením lomových experimentů (identifikace lomově-mechanických parametrů apod.) se proto s výhodou mohou uplatnit modely zjednodušené, popř. specializované.



Obrázek 1: Typická závislost síla-průhyb při zkoušce trámce třibodovým ohybem

2 Model

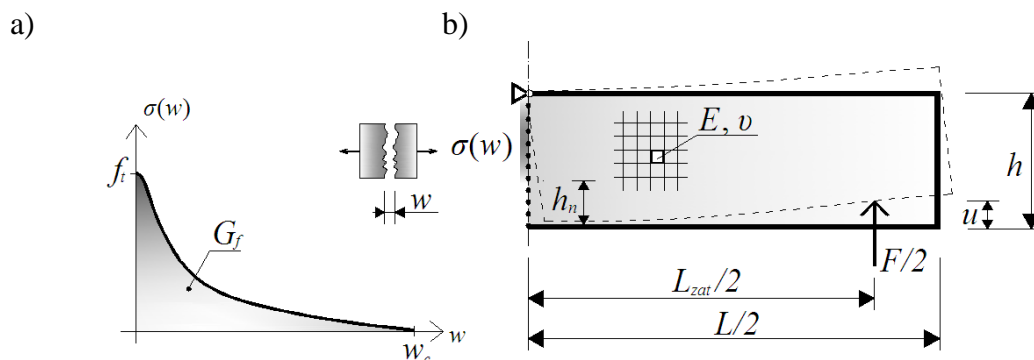
Popisovaný model lomu trámce rozšiřuje jednostupňový model lomu [1,2]. Vychází z téhož předpokladu, že z hlediska předurčené oblasti porušení zkušební trámce postačuje detailněji vystihnout pouze oblast na ose symetrie trámce (obr. 2). Modelována je tak jedna ze symetrických polovin trámce, která je v našem případě diskretizována sítí konečných prvků jako lineární kontinuum v módu rovinné napjatosti dané modulem pružnosti E a koeficientem příčné kontrakce ν .



Obr. 2: Geometrie zkušební trámce s centrálním zářezem

2.1 Kohezivní trhlina v oblasti porušení

Model je v zásadě vytvořen ze dvou částí: pružné desky z lineárního materiálu modelující zvolenou polovinu trámce a nelineární porušující se vrstvy na ose symetrie, kde je očekáván vznik tzv. kohezivní trhliny [4]. Konkrétně je užit Hillerborgův model fiktivní trhliny (FCM) [3]. Vznik a průběh lomu zde závisí na překročení tahové pevnosti materiálu f_t . Dokud není tahová pevnost překročena, nachází se kontaktní část trámce nad zářezem na ose symetrie. Po překročení tahové pevnosti se od osy symetrie oddělí – vzniká trhlina s kohezivní zónou, ve které se líce trhliny svírají kohezivním napětím σ (napětí přitahuje oddělenou část k ose symetrie). Kohezivní napětí σ je závislé na velikosti otevření trhliny w (viz obr. 3a).



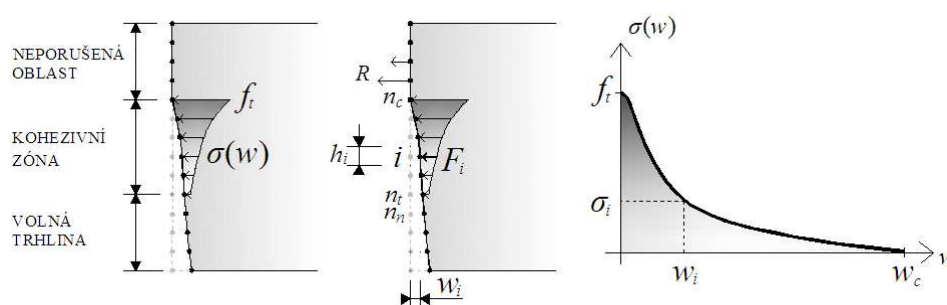
Obr. 3: Modelu lomu při ohybu:

- a) závislost kohezivního napětí v trhlíně (funkce tahového změkčení);
b) parametrizace modelu

Funkční závislost $\sigma(w)$ je rovněž nazývána funkcí tahové změkčení a definuje se minimálně dvěma nezávislými parametry: tahovou pevností f_t a lomovou energií G_f , která odpovídá ploše pod křivkou (viz obr. 3a). Výpočtem pak lze stanovit kritické rozevření trhliny w_c , při kterém přestává působit kohezivní napětí a trhlina je uvažována jako volná. Popisovaný model má zářez vytvořený o nulové šířce, tj. jedná se v podstatě o počáteční trhlinu.

2.2 Algoritmus výpočtu formování trhliny

V případě prezentovaného modelu je úloha diskretizována sítí lineárních konečných prvků, kohezivní napětí $\sigma(w)$ tak lze integrovat do uzlů diskretizační sítě po délce trhliny. Algoritmus výpočtu porušení ilustruje obr. 4.



Obr. 4: Formování trhliny v závislosti na funkci kohezivního napětí

Mějme uvedený model lomu trámce, který je zatížen řízeným posunem u dle obr. 2c. Každému uzlu i realizujícímu připojení modelu na ose symetrie je zamezen posuv ve směru osy x (tj. $w_i = 0$) do okamžiku, než jeho reakce R_i v místě připojení nepřekročí kritickou hodnotu $F_{c,i}$ danou výrazem:

$$F_{c,i} = f_t A_i, \quad (1)$$

kde f_t je pevnost v tahu materiálu definovaná pro použitou funkci kohezivního napětí $\sigma(w)$ a A_i je plocha části průřezu přiřazená danému uzlu. V opačném případě, kdy dochází ke vzniku porušení (platí podmínka $R_i > F_{c,i}$) je posuzovaný uzel uvolněn z vazby a je zatížen kohezivní silou F_i danou vztahem:

$$F_i = \sigma(w_i) A_i, \quad (2)$$

v závislosti na jeho aktuálním posunu $w_i > 0$ a funkci kohezivního napětí $\sigma(w)$. Pokud je překročeno kritické otevření trhliny ($w_i > w_c$), kohezivní napětí σ již v daném uzlu trhliny nepůsobí, tedy platí $F_i = 0$. Algoritmus porušení tak lze shrnout do následujících podmínek:

$$R_i < F_{c,i} \text{ pro } i > n_c; w_i = 0 \text{ (neporušená oblast)}, \quad (3)$$

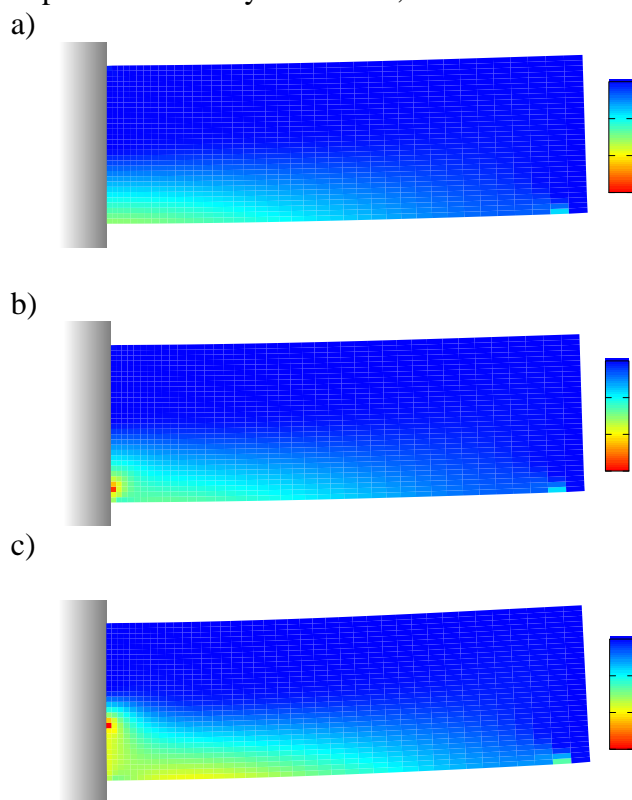
$$F_i = \sigma(w_i) A_i \text{ pro } n_i \geq i \geq n_c; w_i \neq 0; w_i \leq w_c \text{ (kohezivní zóna)}, \quad (4)$$

$$F_i = 0 \text{ pro } i < n_i; w_i > w_c \text{ (oblast volné trhliny)}, \quad (5)$$

přičemž se iterativně řeší rovnováha mezi uzlovými silami na líci trhliny a aplikovanými kohezivními silami $F(\sigma(w))$.

3 Simulace lomu trámce

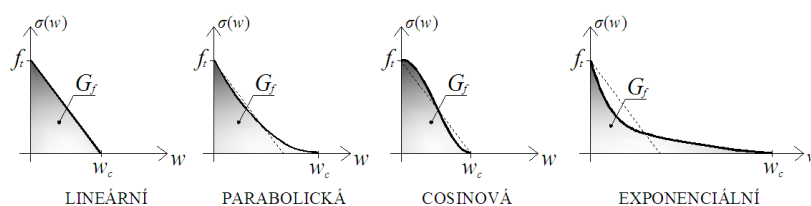
Lomové chování modelu v závislosti na variabilitě parametrů definujících nelineární chování bylo testováno na sadě modelů zatěžovací zkoušky trámce třibodovým ohybem bez zářezu. Pro uvedené modely se uvažovala jednotná geometrie testovaného trámce včetně materiálových charakteristik lineární části modelu: modul pružnosti E a součinitel příčné kontrakce ν . Sérii testovacích simulací předcházela verifikace průběhu napjatosti modelu v případě lineární odezvy modelu (tj. před inicializací trhlin), která odpovídá analytickému řešení dle principů teorie pružnosti (viz obr. 5a). Typické průběhy napětí při porušování trámce jsou pak pro úplnost zobrazeny na obr. 5b,c.



Obr. 5: Průběh maximálních hodnot hlavního napětí:
a) v lineární oblasti odezvy modelu;
b,c) v nelineární oblasti odezvy modelu

Funkce kohezivního napětí

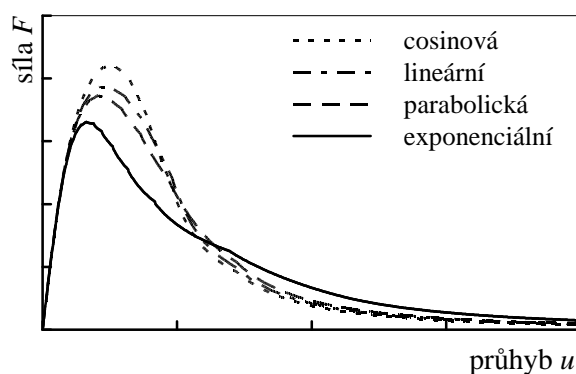
Na průběh porušení modelu má zásadní vliv funkce kohezivního napětí σ . Proto byl zkoumán vliv tvaru funkce kohezivního napětí (tj. funkční předpis - dle obr. 6) a také vliv vzrůstající hodnoty lomové energie na výslednou odezvu modelu.



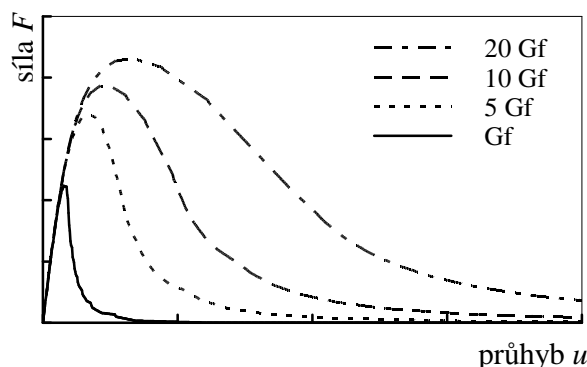
Obr. 6: Použité funkční předpisy kohezivního napětí

Výsledky simulací zkoušky trámce ve třibodovém ohybu pro obě sledovaná kritéria jsou uvedeny na obr. 7a,b. Na nich je patrný očekávaný průběh závislosti síla-průhyb (tzv. 1-d diagram). Tvar funkce kohezivního napětí ovlivňuje odezvu modelu v tom smyslu, že čím je definiční obor kohezivní funkce užší, tím více narůstá simulovaná únosnost trámce a naopak klesá jeho houževnatost. Se vrůstající hodnotou kritického rozevření trhliny w_c (při konstantních parametrech G_f a f_t) pak simulovaná houževnatost trámce roste na úkor únosnosti. V případě vzrůstající hodnoty lomové energie G_f pak uvedené simulace potvrzují známý fakt, že hodnota lomové energie má významný vliv na výslednou únosnost trámce při ohybu.

a)



b)



Obr. 7: Znázornění vlivu funkce kohezivního napětí na odezvu modelu z hlediska:
a) typu funkce; b) změny parametru lomové energie G_f

4 Závěr

V příspěvku byl popsán specializovaný MKP model lomu trámce při namáhání tříbodovým ohybem. Specializace spočívala v omezení oblasti porušení na osu symetrie. Tento předpoklad umožňuje vytvořit velmi efektivní a pružný výpočetní nástroj.

Numerické výsledky ukázaly, že odezva modelu kvalitativně vystihuje zatěžovací diagramy získané z reálné lomové zkoušky trámce za ohybu a lze proto předpokládat účinnou aplikaci modelu při aproximaci takto získaných zatěžovacích diagramů obdobně jako v [1, 2].

Poděkování

Tento příspěvek byl vytvořen v rámci grantu GA ČR 103/08/0963 a s podporou specifického vysokoškolského výzkumu VUT v Brně č. FAST-S-10-37.

References

- [1] Frantík, P. *Jednoduchý model lomu trámce*, sborník semináře Problémy lomové mechaniky IV, ÚFM AV ČR a STM FAST VUT v Brně, Brno, 2004, ISBN 80-214-2585-7.
- [2] Štafa, M., Frantík, P. *Model for high precision approximation of load deflection diagrams*. CD proceedings of national conference Engineering Mechanics 2010, Svratka, 2010, ISBN 978-80-87012-26-0
- [3] Hillerborg, A., Modéer, M., Petersson, P-E. *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*. Cem. Concr. Res., 1976, 773–782
- [4] Veselý, V., Řoutil, L., Keršner, Z. *Metody určování lomové mechanických parametrů betonu – modely kohezivní trhliny*. 2008